

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG PTTH CHUYÊN KHTN

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: TOÁN (Ngày 23 - 05 - 2014)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I. Tìm tất cả các bộ ba số (x, n, p) với x, n là các số nguyên dương và p là số nguyên tố thỏa mãn

$$x^3 + 2x = 3(p^n - 1).$$

Câu II. Cho tam giác ABC . Trên đoạn thẳng AC lấy điểm P và trên đoạn thẳng PC lấy điểm Q sao cho $\frac{PA}{PC} = \frac{QP}{QC}$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABQ cắt BC tại R khác B .

a) Chứng minh rằng $\angle ABP = \angle PRQ$.

b) Gọi đường tròn ngoại tiếp tam giác PAB và PQR cắt nhau tại S khác P . Chứng minh rằng tam giác CPS cân.

Câu III. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn

$$(a + b + 2c)(b + c + 2a)(c + a + 2b) = 1.$$

Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b(4c+15)(b+2c)^2} + \frac{b}{c(4a+15)(c+2a)^2} + \frac{c}{a(4b+15)(a+2b)^2} \geq \frac{1}{3}.$$

— HẾT —